

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
CAMPUS MINISTRO REIS VELLOSO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS SOCIAIS DA EDUCAÇÃO E DESPORTO
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM PEDAGOGIA

FRANCIANE DA SILVA LIMA

**O QUE SABEM OS PROFESSORES QUE LECIONAM DO 2º AO 5º ANO SOBRE
PROBLEMAS DO TIPO COMBINATÓRIA**

PARNAÍBA

2018

FRANCIANE DA SILVA LIMA

**O QUE SABEM OS PROFESSORES QUE LECIONAM DO 2º AO 5º ANO SOBRE
PROBLEMAS DO TIPO COMBINATÓRIA**

Monografia apresentada a Universidade Federal do Piauí, como pré-requisito para obtenção do Título de Licenciado em Pedagogia, sob a orientação da professora Dr^a Maria Patrícia Freitas de Lemos.

PARNAÍBA

2018

FICHA CATALOGRÁFICA
Universidade Federal do Piauí
Biblioteca Setorial Prof. Cândido Athayde – Campus Parnaíba
Serviço de Processamento Técnico

L732s Lima, Franciane da Silva
O que sabem os professores que lecionam do 2º ao 5º ano sobre problemas do tipo combinatória [recurso eletrônico] / Franciane da Silva Lima. – 2018.
1 Arquivo em PDF

Monografia (Licenciatura em Pedagogia) - Universidade Federal do Piauí, Campus Ministro Reis Velloso, 2018.
Orientação: Prof^a. Dr^a Maria Patrícia Freitas de Lemos.

1. Raciocínio Combinatório 2. Resolução de Problemas. 3. Estratégias de Resolução. 4. Matemática Ensino. I. Título.

CDD: 372.7

FRANCIANE DA SILVA LIMA

**O QUE SABEM OS PROFESSORES QUE LECIONAM DO 2º AO 5º ANO SOBRE
PROBLEMAS DO TIPO COMBINATÓRIA**

Monografia apresentada a Universidade Federal do Piauí, como pré-requisito para obtenção do Título de Licenciado em Pedagogia, sob a orientação da professora Dr^a Maria Patrícia Freitas de Lemos.

Aprovada em 28/06/2018

BANCA EXAMINADORA



Prof.^a Dr.^a Maria Patrícia Freitas de Lemos (Orientadora)
Professora da UFPI

Prof.^a Dr.^a Magna Coeli de Sousa e Silva Galas (Examinadora)
Professora da UFPI

Prof. Me. Marcelo de Oliveira Rego (Examinador)
Professora da UFPI

Dedico esta pesquisa a meu Deus que me permitiu chegar até aqui, a Minha querida e amada mãe que é minha base de sustentação e a todos que acreditam no poder da educação e lutam pela sua melhoria.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por estar comigo em todos os momentos, pela força para continuar a caminhada e me fazer nunca desistir dos meus objetivos, pela perseverança e por todos os sonhos realizados.

Agradeço a minha mãe a base de tudo que sou, por sempre me apoiar e a creditar que sou capaz. A minha família pelo amor e incentivo que me deram. Ao meu marido Ricardo pela compreensão e paciência.

A minha amiga e cunhada Carminha por ser minha companheira e meu braço forte durante toda a caminhada do curso, pois sem ela a batalha teria sido mais difícil.

A seu Genes por sua amizade e toda ajuda e dedicação para comigo, nos momentos que mais precisamos ele sempre estava ali para nos socorrer e oferecer um ombro amigo.

A minha orientadora Patrícia que me encantou com a disciplina didática da matemática de onde surgiu a escolha por este tema, e que desde aquele momento já estava escrito nas estrelas que ela seria minha orientadora, agradeço pelo apoio, paciência, e principalmente pelo brotar de conhecimentos que surgiu durante esta caminhada.

As outras integrantes do meu grupo de trabalho (Jéssica, Nara, Carol) e a todos os amigos e professores que contribuíram de alguma forma para minha formação e realização deste trabalho.

RESUMO

Este estudo teve como objetivo principal investigar o desempenho, bem como as estratégias de professores do Ensino Fundamental I na resolução de problemas do tipo combinatória. Esta investigação é de suma importância para que possamos perceber quais os conhecimentos que os docentes deste nível de ensino possuem neste conteúdo tão significativo para o desenvolvimento do Raciocínio Combinatório. Para isso fundamentamos nosso estudo nos trabalhos de Pessoa (2009) Rocha e Borba (2013). Utilizamos como metodologia, a pesquisa qualitativa, que busca descrever a realidade no seu ambiente natural e como ferramentas de coleta de dados a observação não participante nas aulas de matemática e a aplicação de um questionário de atividades contendo oito questões sobre problemas do tipo combinatória. Como resultado observamos que os professores tiveram diferentes desempenho na resolução das questões, sendo que se configuraram como mais fáceis os problemas do tipo “Produto Cartesiano”, e as mais difíceis foram os problemas do tipo “Combinação”. Utilizaram estratégias diversificadas para resolução dos problemas e tiveram dificuldades na resolução dos problemas que apresentavam maiores números de possibilidades. Concluímos considerando a importância do ensino de combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental I e que os professores tenham o conhecimento e domínio desse tipo de problemas matemáticos, pois é partir deste conhecimento que este auxiliará no desenvolvimento do raciocínio combinatório em seus alunos.

Palavras-chave: Raciocínio Combinatório. Resolução de Problemas. Estratégias de Resolução.

ABSTRACT

This study has as main objective to investigate the performance, as well as the strategies of teachers of Elementary School in the resolution of problems of the combinatorial type. This research is extremely important so that we can understand what knowledge the teachers of this level of education have on this content so significant for the development of Combinatorial Reasoning. For this, we base our study on the works of Pessoa (2009), Rocha and Borba (2013). We used as a methodology the qualitative research, which seeks to describe the reality in its natural environment and as data collection tools, non-participant observation in mathematics classes and the application of an activity questionnaire containing eight questions on combinatorial problems. As a result, we observed that the teachers had different performances in solving the questions, and the problems of the Cartesian Product type were configured as easier, and the most difficult were the problems of the Combination type. They used diverse strategies to solve the problems and had difficulties in answering those that presented greater numbers of possibilities. We conclude that the combinatorial teaching it is extremely important in the early years of Elementary School and that it is essential that teachers have the knowledge and domain of this kind of problem because it is from this knowledge that they will assist in the development of logical thinking in their students.

KEYWORDS: Combinatory Reasoning. Problem solving. Resolution strategies.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Solução correta do problema 1 pelo professor P4.....	28
Figura 2: Solução correta do problema 1 pelo professor P1.....	29
Figura 3: Solução correta do problema 1 pelo professor P3.....	29
Figura 4: Solução incorreta do problema 1 pelo professor P2.....	30
Figura 5: Solução correta do problema 2 pelo professor P3.....	30
Figura 6: Solução incorreta do problema 2 pelo professor P1.....	31
Figura 7: Solução incorreta do problema 2 pelo professor P2.....	31
Figura 8: Solução incorreta do problema 2 pelo professor P4.....	32
Figura 9: Solução incorreta do problema 3 pelo professor P1.....	33
Figura 10: Solução incorreta do problema 3 pelo professor P2.....	33
Figura 11: Solução incorreta do problema 3 pelo professor P3.....	33
Figura 12: Solução incorreta do problema 4 pelo professor P1.....	34
Figura 13: Solução incorreta do problema 4 pelo professor P4.....	35
Figura 14: Solução correta do problema 5 pelo professor P1.....	36
Figura 15: Solução correta do problema 5 pelo professor P2.....	36
Figura 16: Solução correta do problema 5 pelo professor P3.....	37
Figura 17: Solução correta do problema 6 pelo professor P1.....	37
Figura 18: Solução correta do problema 6 pelo professor P2.....	38
Figura 19: Solução correta do problema 6 pelo professor P4.....	38
Figura 20: Solução correta do problema 6 pelo professor P3.....	38
Figura 21: Solução correta do problema 7 pelo professor P1.....	39
Figura 22: Solução incorreta do problema 7 pelo professor P2.....	40
Figura 23: Solução incorreta do problema 7 pelo professor P3.....	40
Figura 24: Solução incorreta do problema 7 pelo professor P4.....	40
Figura 25: Solução correta do problema 8 pelo professor P1.....	41
Figura 26: Solução correta do problema 8 pelo professor P3.....	41

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Acertos por questões.....	42
Quadro 2. Estratégias utilizadas pelos professores em cada questão.....	44

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	10
CAPITULO 1	
REFERÊNCIAL TEÓRICO	
1.1 Breve histórico da matemática.....	12
1.2 O Ensino da Matemática no Brasil.....	13
1.3 O Raciocínio Combinatório.....	14
1.4 Professores e o Ensino da Combinatória.....	19
1.5 Estudo: Conhecimentos de Professores dos Anos Iniciais sobre Combinatória.....	22
CAPITULO 2	
METODOLOGIA	
2.1 Escolha metodológica da pesquisa.....	24
2.2 Procedimento metodológico.....	24
2.3 Instrumentos para coleta dos dados.....	25
2.3.1 Observação de sala de aula.....	25
2.3.2 Questionário de atividades.....	26
2.4 Universo da pesquisa.....	27
2.4.1 Sujeitos da pesquisa.....	27
CAPÍTULO 3	
RESULTADOS E ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA	
3.1 Observações realizadas.....	45
CONSIDERAÇÕES FINAIS	47
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	49
APÊNDICE A - ROTEIRO DE OBSERVAÇÃO DAS AULAS DE MATEMÁTICA	50
APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO	51

INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática é visto atualmente como um desafio a ser superado. Esta disciplina nas escolas, muitas vezes é trabalhada de forma tradicional desvinculada do cotidiano do aluno, o que faz com que este não tenha interesse nos conteúdos e conhecimento ensinados, contribuindo para tornar o aprendizado mais difícil e assim levando aos altos índices de reprovação.

Muitos estudantes pensam que o ensino da matemática se resume apenas na resolução de problemas e provas e não percebem sua presença no seu dia-a-dia. Isto acontece muitas vezes pelo pouco domínio que o professor tem do conteúdo, o que acaba dificultando na escolha de técnicas que relacionem o aprendizado matemático com situações do cotidiano.

O objetivo desta pesquisa foi verificar o desempenho e estratégias de professores do Ensino Fundamental I na resolução de problemas combinatórios. A resolução de problemas evidencia o conhecimento que se tem sobre determinado assunto. O raciocínio Combinatório é importante para o desenvolvimento cognitivo dos indivíduos e compreensão de diversos conceitos matemáticos. É uma maneira de pensar que permite o levantamento de possibilidades de combinação de elementos para formar novos agrupamentos.

Como estratégia de desenvolvimento desta pesquisa, buscou-se como referencial teórico os trabalhos de Pessoa (2009), Rocha, Borba (2013) Pessoa, Borba (2009) que evidenciam o desenvolvimento do Raciocínio Combinatório. Por fim, planejou-se, a execução e análise do levantamento de dados que foram coletados a partir das ferramentas de observação e aplicação de um questionário de atividades, efetuado com professores do 2º ao 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Parnaíba-PI.

Este trabalho está estruturado da seguinte forma: O primeiro capítulo trata do breve histórico da Matemática, seu surgimento nas civilizações do Egito e Mesopotâmia, e sua importância para vida do homem buscando fundamentos em Oliveira, Alves e Neves (2008) e, em seguida aborda o desenvolvimento do ensino da matemática no Brasil durante o período colonial, Império e República segundo Mol (2013). Em seguida ressalta-se a importância do desenvolvimento do raciocínio combinatório nos anos iniciais do Ensino Fundamental e da resolução de problemas para este desenvolvimento destacando a importância do conhecimento de professores em combinatória de acordo com Pessoa (2009), Ribeiro (2013), Borba, Pessoa, Rocha (2013).

No segundo capítulo anuncia os métodos deste trabalho apresentando os procedimentos metodológicos, características dos participantes, universo da pesquisa, e instrumentos de pesquisas utilizados.

No terceiro capítulo discutem-se os dados obtidos. Os dados foram analisados de forma qualitativa, onde foi realizada a análise de cada questão verificando o desempenho bem como estratégias e dificuldades utilizadas pelos docentes na resolução dos problemas combinatórios.

As considerações finais foram construídas a partir dos dados coletados e analisados neste estudo, onde os objetivos são respondidos e mostradas as informações que surgiram a partir desta pesquisa.

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo abordaremos de forma resumida o surgimento da matemática, seu desenvolvimento na civilização da mesopotâmia e Egito, e seu ensino na Educação Brasileira.

1.1 Breve Histórico da Matemática

De acordo com Oliveira, Alves e Neves. (2008) o surgimento da matemática vem desde o período das cavernas, no Período Paleolítico a partir da necessidade que o homem primitivo teve de representar e estimar quantidades. O homem precisou contar os alimentos as pessoas, e os animais e foi isso, juntamente com sua percepção de diferenças e semelhanças, que contribuiu para o desenvolvimento do conceito de número. A Matemática não apareceu como uma Ciência pronta e acabada, seu desenvolvimento se deu de forma gradual a partir das percepções de mundo que o homem fazia.

Segundo Mol (2013) o desenvolvimento da matemática foi progredindo quando as cidades foram se desenvolvendo, e as necessidades de registrar os fatos do cotidiano foram aumentando. O avanço da matemática ocorreu nas primeiras civilizações: Mesopotâmia e Egito.

A matemática desenvolvida na Mesopotâmia se aplicava sobretudo a problemas cotidianos, financeiros, divisão de colheitas. Seus cálculos eram registrados em tabuletas de argila marcadas com estiletos, cozidas ou secadas ao sol. Além do avanço da matemática um dos legados mais importantes desta civilização foi a criação da escrita Cuneiforme, que tinha seus símbolos em forma de cunha sendo a forma de registro mais antiga desenvolvida pelo homem.

No Egito, a matemática surgiu com o desenvolvimento de técnicas de medição e demarcação de terras, em relação as águas do rio Nilo e com os registros em papiro, uma espécie de papel utilizado na época que serviram para propagar os conhecimentos ao longo do tempo. Neste período a matemática ainda não era utilizada como ciência sistematizada. Era utilizada pelos escribas para solucionarem os problemas práticos da vida diária.

A matemática desde os primórdios intervém na maneira como o homem compreende o mundo, isso fez com que os gregos à tratassem como essência do conhecimento. A história da matemática se inicia com o processo de contagem, que começou a se desenvolver pelo ser humano. O surgimento da contagem é anterior ao surgimento da escrita. Sobre esse assunto Mol (2013), afirma que:

O processo de contagem é algo sofisticado e não se trata de algo instintivo ou inato. Seu início aconteceu quando o homem desenvolveu a capacidade de comparar conjuntos de objetos e estabelecer entre eles uma correspondência um a um. Por exemplo, um pastor podia ter a noção de todo seu rebanho ao comparar suas ovelhas com os dedos de suas mãos. Partes do corpo como os dedos das mãos ou dos pés funcionaram como instrumentos de contagem naturais. Pedregulhos, conchas, ou grãos, bem como marcas no chão, na areia, em ossos ou madeira poderiam ser empregadas para quantificar o número de pessoas em uma população, de animais em um rebanho ou ainda o número de dias decorridos desde um determinado evento. (MOL, 2013).

A partir dessa afirmação, percebemos que a matemática surgiu como parte da vida do homem, de suas observações e interações com o mundo e faz parte de nossas vidas e do nosso desenvolvimento, por isso devemos ensinar a Matemática nas escolas de forma que os alunos compreendam e que não seja distante de sua realidade, se relacione com seu cotidiano

1.2 O Ensino da Matemática No Brasil

O ensino da matemática no Brasil ocorreu de forma lenta, se comparada com outros países. No início da colonização brasileira sua presença na educação era escassa, por causa da forte influência religiosa que envolvia a educação nesta época, mesmo com seu avanço, era ensinada de forma mecânica e destinada a educação dos homens.

No Brasil Colônia (1500-1822) de acordo com Gomes, (2013) o ensino da Matemática tinha pouco espaço na educação brasileira, pois o ensino era ministrado pelos jesuítas que privilegiavam a formação destinada as humanidades clássicas e o aprendizado do Latim. Vale ressaltar que foi com a chegada da corte portuguesa em 1808, que houve a criação de escolas militares, e muitos avanços em relação a educação e a cultura, mas nesta época a presença do ensino matemático quase não acontecia, também pelo fato de haver poucos professores habilitados para o ensino.

Já no Brasil Império (1822-1889), com a independência do Brasil em 1822, houve a necessidade de se criar uma legislação especial sobre a instrução pública que estabelecesse o ensino público gratuito. Então a partir de muitos debates e discussões, foi votado no dia 15 de outubro de 1877 na assembleia legislativa a primeira Lei de Instrução Pública Nacional do Império do Brasil. Com esta lei o ensino de matemática começou a ganhar espaço na educação do Brasil. Um marco do ensino secundário neste período foi a criação do Imperial Colégio de Pedro II em 1837, pelo Ministro Bernardo Pereira de Vasconcelos no Rio de Janeiro, este

colégio tornou-se importante para o ensino de matemática no Brasil, pois com a criação deste, o ensino da matemática começou a ser reconhecida e ter seu desenvolvimento na educação brasileira.

No Brasil República (a partir de 1889) a matemática teve destaque em 1890, com a reforma por decreto de Benjamim Constant (1836-1891). Esse decreto buscou romper com a tradição humanista e literária do ensino secundário pela adoção de um currículo que privilegiava as disciplinas científicas e matemáticas. A partir desta reforma o ensino de matemática passou a se tornar mais importante durante o Brasil República. A proposta era unificar as disciplinas de Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria que eram ensinadas separadamente com livros didáticos diferentes, em apenas uma disciplina ensinada por um professor. As mudanças desta época tinham vínculo com o movimento chamado de Escola Nova que estavam em desenvolvimento na Europa e nos Estados Unidos.

Houve também a reforma de Francisco Campos que procurava desenvolver no aluno a capacidade de, através do pensamento, resolver seus próprios problemas, focando sempre no desenvolvimento mental do aluno. Aqui já se almejava fazer com que o aluno fosse um descobridor de conhecimentos e não um receptor passivo.

Também tiveram início os primeiros Congressos Nacionais sobre o ensino da matemática no país com a participação de muitos professores que iniciaram o Movimento Internacional conhecido como Movimento da Matemática Moderna. Neste momento estudiosos e educadores de vários países procuraram propagar um ideário renovador ao ensino da matemática. Com este movimento tentou-se desenvolver uma matemática mais precisa e fundamentada logicamente com o abandono das abordagens clássicas, pelo estudo das transformações espaciais e geométricas.

Percebemos que o ensino de matemática teve seu percurso lento e não era acessível a todas as classes da sociedade. Somente após muitas discussões e reflexões de pesquisadores e matemáticos, que a importância da matemática na educação foi reconhecida. Houve várias reformas e tentativas de introdução de uma matemática significativa na educação brasileira, mas percebemos que ainda hoje impera a abordagem tradicional tendo como a principal metodologia as aulas expositivas e o professor como detentor de conhecimento nos sistemas de educação brasileiro.

1.3 O Raciocínio Combinatório

O raciocínio combinatório é a maneira de pensar na combinação dos eventos de um conjunto, de modo que estes atendam a determinados critérios específicos e que seja possível a

enumeração de todas as possibilidades de um evento acontecer. Sendo assim, a Análise Combinatória é definida por alguns autores como: arte de contar, por ela estar diretamente ligada a problemas de contagem e por estudar técnicas que vão além da simples enumeração de elementos. Isso se dá porque são contadas todas as possibilidades de combinar elementos de maneira que sejam consideradas todas as combinações possíveis, que atendam certos critérios (PITOMBEIRA, 1986 apud COSTA, 2013).

A combinatória consiste em situações onde dados de determinado conjunto podem ter seus elementos agrupados de modo que possa formar novos grupos de elementos atendendo a critérios específicos de ordenação ou de escolha dos elementos, determinando o número de agrupamentos possíveis (BORBA, 2010). Segundo Leibniz (1666, apud COSTA, 2013) a combinatória é o estudo da organização, colocação e ordenação de objetos, onde um número de objetos podem ser associados e misturados entre si. Ainda sobre esse assunto Pessoa (2009) defende que:

O Raciocínio combinatório é como um tipo de pensamento que envolve contagem, mas que vai além da enumeração de elementos de um conjunto. Na combinatória contam-se, baseando-se no raciocínio multiplicativo, grupos de possibilidades, através de uma ação sistemática, seja pelo uso de fórmula, seja pelo desenvolvimento de uma estratégia que dê conta de atender aos requisitos desses tipos de problemas, como a constituição de agrupamentos, a determinação de possibilidades e sua contagem. (PESSOA, 2009, p. 13).

Embora os estudos sobre a combinatória tenham se aprofundado somente a partir dos últimos dez anos, percebemos que este assunto vem sendo estudado muito anteriormente como por exemplo: no século XVI com Niccolo Fontana (1500-1557) que se tornou um dos primeiros matemáticos a elaborar estudos sobre combinações possíveis no lançamento de dois dados. Seus trabalhos foram importantes, pois demonstrava muito conhecimento em aritmética, geometria, álgebra, balística e estatística.

Neste mesmo século o médico Gerolamo Cardano (1501-1576) contribuiu para o cálculo das probabilidades, com seu livro *Leber de Ludo Aleae*, publicado em 1663, sobre a teoria das probabilidades. Cardano gastava seu dinheiro em apostas desenvolvendo as técnicas de contagem e combinações. Seu livro falava sobre os jogos de azar, contendo ironicamente conselhos sobre como trapacear no jogo.

Outros autores desta época que também contribuíram para o desenvolvimento da análise combinatória foram: Blaise Pascal (1623-1662) motivados por problemas ligados a jogos de loterias, Pierre Fermat (1601-1665), Jacques Bernoulli (1654-1705), Gottfried,

Wilhelm Leibniz (1646-1716) e o suíço Leonhard Euler (1707-1783) dedicados a problemas probabilísticos.

No século XVII, segundo Vasquez e Noguti, (2004 apud AZEVÊDO, 2009) a combinatória apareceu como um novo capítulo da matemática, nessa época foram escritos os livros: *Traité Du Triangle Arithmétique*, escrito em 1654 e publicado em 1665 de Pascal; *Dissertatio de arte combinatória* de Leibniz (1666); *Ars Magna Sciendi sive combinatoria* (1669) de Athanasii Skircher.

A estrutura combinatória é uma parte da matemática que estuda a ocorrência de combinar determinados elementos e enumerá-los de acordo com seus critérios específicos. Contar, listar, estimar e existir são técnicas importantes para a resolução de problemas de princípio multiplicativo.

Na Análise Combinatória os problemas que envolve o Raciocínio Combinatório são classificados como: Arranjo, Combinação, Permutação, e Produto Cartesiano. Segundo Merayo (2001 apud PESSOA, 2009) estes se definem como: **Arranjo**: quando se tem um conjunto de **m** elementos distintos de ordem **n** desses **m** elementos, que quando combinados formam grupos de elementos distintos, sendo que nestes tipos de problema a ordem altera a natureza dos elementos. **Combinação**: um conjunto formado por **m** elementos distintos que quando combinados entre si a ordem não forma ou altera os elementos. **Permutação**: um conjunto de **m** elementos distintos quando combinados se diferem um do outro apenas pela ordem de colocação de seus elementos. **Produto cartesiano**: tem-se dois ou mais conjuntos diferentes, estes terão seus elementos combinados e formarão um novo conjunto. A ordem destes elementos não é determinante para gerar ou não novas possibilidades.

Segundo Vergnaud, (1990 apud PESSOA, 2009) a resolução deste tipo de problema de estrutura multiplicativa é importante para o desenvolvimento conceitual dos alunos em combinatória. Muitos fatores influenciam na formação de conceitos e o que mais interfere diz a respeito da resolução de problemas, pois, quando os alunos são colocados frente a situações desafiadoras, tendem a buscar soluções descobrindo novas relações, explorando e elaborando hipóteses para sua resolução. Por esta razão é necessário que os alunos sejam colocados em situações diversas de resolução de problemas, e que com isto possam refletir, fazer relações e construir novas aprendizagens expandindo seus conhecimentos e assim também seu desenvolvimento.

Sobre esse assunto, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) ressaltam a importância do estudo de combinatória nos Primeiros Ciclos do Ensino Fundamental, com o objetivo de fazer com que o aluno consiga lidar e compreender situações problemas que envolva

arranjos, combinação, permutação e principalmente o princípio multiplicativo da contagem. E que também possa identificar as possíveis maneiras de combinar elementos de um conjunto, e contabilizá-los utilizando estratégias pessoais. Esta aprendizagem possibilita o desenvolvimento de uma forma de pensar diferente em matemática. Pois de acordo com os PCNS:

Os problemas cumprem um importante papel no sentido de propiciar as oportunidades para as crianças, do primeiro e segundo ciclos, interagirem com os diferentes significados das operações, levando-as a reconhecer que um mesmo problema pode ser resolvido por diferentes operações, assim como uma mesma operação pode estar associada a diferentes problemas. (BRASIL, 1999).

Em seus estudos Pessoa (2009), também ressalta a importância deste assunto, pois em sua pesquisa com alunos do 2º ano do Ensino Fundamental, ao 3º ano do Ensino médio, observou que desde os primeiros anos de escolaridade os alunos já têm uma capacidade de lidar com problemas combinatórios, mesmo sem a instrução formal deste conteúdo, ou seja, o estudo deste conteúdo na escola. Ela percebeu que mesmo sem conseguir a resposta correta os alunos criam estratégias na tentativa de resolução destes problemas.

Outro fator a considerar é que com a resolução de problemas os professores podem perceber os modos que os alunos utilizam para resolver seus problemas, e pode ser um caminho de investigação trilhado pelo docente para descobrir as formas como seus alunos aprendem. Por isto há a necessidade de diversificação das situações-problemas que devem ser variadas para que o aluno, dependendo do problema, utilize relações lógicas diferentes partindo das mais simples estratégias para as mais complexas.

Em sua pesquisa para investigar o desenvolvimento do Raciocínio Combinatório, Pessoa (2009) utilizou um questionário contendo 08 questões de problemas combinatórios e aplicou com os alunos de séries iniciais até as séries finais do ensino em duas escolas: uma pública e outra particular, procurando analisar como se dá o desenvolvimento do raciocínio combinatório ao longo do tempo.

Ela percebeu que nas séries iniciais do Ensino Fundamental I, os alunos criam maneiras de tentar resolver tais situações, mesmo sem ter nenhum tipo de conhecimento anterior. Nas na medida em que os anos avançam e a escolaridade também avança, Pessoa percebeu que a capacidade de resolver este tipo de problema aumenta. E é importante que o professor perceba este desenvolvimento para que caso haja alguma barreira de desenvolvimento e aprendizagem este possa estar pronto para resolvê-la.

O raciocínio combinatório é importante para a resolução de questões do dia-a-dia como por exemplo: combinação de refeições, roupas, organização de equipes, resolver situações classificatórias, entre outras. Percebemos que desde cedo os alunos já têm contato informal com situações que envolve combinação.

Por isso, seu ensino deve estar presente nas escolas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, para formalizar e aprofundar este aprendizado além de contribuir para que seu desenvolvimento cognitivo aconteça de forma gradativa, passando pela criação das estratégias mais simples até se chegar as mais sistematizadas como as fórmulas. Entretanto, o ensino da combinatória deve ser trabalhado através de material manipulativo juntamente com a construção de esquemas, tabelas, diagramas ou desenhos. Isso fará com que o aluno perceba as diversas possibilidades de resolução e utilize sua criatividade para criar meios de resolver os problemas e assim formular suas próprias estratégias de resolução.

Contudo, vemos que este conteúdo é aprofundado somente no Ensino Médio, onde os alunos já se encontram com as fórmulas prontas para resolução de problemas, o que muitas vezes contribui para que este assunto seja visto como difícil, por isto é importante que o aluno tenha contato desde os anos iniciais do ensino formal, pois como defende Pessoa (2009):

O trabalho com os conceitos envolvidos no raciocínio combinatório, a partir do início da escolaridade, pode ser o princípio da desmistificação desse conteúdo ao qual pode ser entendido através de raciocínios primeiramente simples para depois começar a se explorar problemas mais complexos. (PESSOA, 2009).

Diante disso, percebemos que a resolução de problemas combinatórios sem o compromisso inicial de trabalhar com fórmulas, desenvolve o pensamento, a criatividade e criticidade dos alunos.

Sobre esse assunto, Guirado e Cardoso (2007 apud PESSOA, 2009) defendem que quando trabalhamos a combinatória com problemas onde o aluno pode utilizar suas próprias estratégias e descrever todos os casos possíveis e depois contá-los, contribui no desenvolvimento do raciocínio combinatório auxiliando o aluno a perceber existem os invariantes em cada tipo de problema, que em certos casos a contagem é difícil pelo número grande de eventos e assim poderão utilizar meios mais sistemáticos para resolução destes problemas.

De acordo com os dados de sua pesquisa a autora também percebe que os problemas mais fáceis de resolver foram os de Produto Cartesiano, seguidos dos de Arranjo, e os mais difíceis foram os de Permutação e de Combinação. Os de Produto Cartesiano foram os que

tiveram mais acertos, isto pode ocorrer porque este tipo de problema é trabalhado na escola por volta do 3º ou 4º ano nas escolas junto com outros significados dos problemas de estruturas multiplicativas.

Também analisou estratégias dos alunos e percebeu-se que desde os primeiros anos os alunos desenvolvem diferentes estratégias para solução dos problemas, como desenho, algoritmo da multiplicação e listagem.

Diante do exposto acima, percebemos que embora a combinatória esteja presente na matemática, apenas pouco tempo que sua importância foi reconhecida e esta passou a ser estudada separadamente das estruturas multiplicativas. Sendo responsável pelo desenvolvimento do raciocínio combinatório e faz parte de nosso cotidiano como podemos observar em uma simples combinação de roupas, ou comida. Por esta razão que seu ensino na escola deve ser valorizado desde os anos iniciais, pois como mostra Pessoa, em sua pesquisa, nesta fase os alunos já começam a tentar criar estratégias para resolução, e o seu ensino desde os anos iniciais do Fundamental pode ser a desmistificação da dificuldade em aprendizagem de estruturas combinatórias.

1.4 Professores e o Ensino de Combinatória

A partir das leituras realizadas sobre o estudo da combinatória desde as séries iniciais percebemos a importância do ensino deste conteúdo no desenvolvimento dos alunos. Por isso, é necessário, a realização de pesquisas que busquem investigar o desempenho de docentes na resolução de problemas combinatórios, pois serão estes que estarão dentro do ambiente escolar contribuindo para formação de conceitos pelos alunos.

Sobre esse assunto, Pessoa (2009) defende que quanto mais se avança na idade e escolaridade, mais o desenvolvimento do raciocínio combinatório aumenta, por tanto é importante investigar se é mais fácil para os docentes resolverem problemas que envolva o raciocínio combinatório, uma vez que estes conceitos já devem ter sido internalizados por eles, pelo fato de já terem estudado este conteúdo no ensino médio e provavelmente possuir o raciocínio combinatório bem mais desenvolvido.

Outro ponto é que para ensinarem, os professores precisam além de didática, conhecer e dominar o conteúdo, estarem preparados para trabalharem a combinatória de forma que leve o aluno a perceber as variações e relações dos problemas. Trabalhar de forma que estes possam perceber as diferenças e criar estratégias para resolverem os vários tipos de problemas combinatórios.

Contudo, segundo Ribeiro (2013), a combinatória não é bem vista pela grande maioria dos professores e alunos por envolver muitas fórmulas, problemas distintos e definições que na maioria das vezes é ensinada nas escolas de forma mecânica, na memorização de fórmulas sem vinculação com a realidade dos alunos. Este não é levado a construir suas próprias estratégias de resolução, isso ocorre por fatores como: a falta de exemplos concretos, aplicações na sala de aula, a falta de conhecimentos de alguns docentes do conteúdo.

A prática pedagógica do professor e seu conhecimento sobre o conteúdo, são elementos de fundamental importância para o ensino. Para a construção de conceitos é exigido do professor que este conheça o que se vai ensinar, que planeje estratégias para melhor se trabalhar e alcançar seus objetivos.

No ensino da combinatória é importante que o professor deixe seus alunos criarem suas próprias estratégias para resolver os problemas, que o erro seja analisado pelos alunos, e que estes sejam levados a refletir sobre as diversas possibilidades de se resolver um problema para que desenvolva seus conceitos sobre combinatória. Que as fórmulas prontas não sejam principal ferramenta de resolução, que os alunos possam usar sua criatividade na construção de estratégias de resolução.

Sobre esse assunto as autoras Borba e Pessoa (2010) afirmam que em cada nível de ensino há professores que tem diferente tipos de abordagens. Em suas pesquisas as autoras revelam que os professores dos anos iniciais enfatizam a utilização do material concreto, a resolução de problemas e as diferentes estratégias de resolução dos alunos e não mencionam a importância dos conceitos de combinatória.

Nos anos finais do Ensino Fundamental os professores centram sua atenção no princípio multiplicativo e na construção da noção de possibilidades pelos estudantes. No Ensino Médio é enfatizado os aspectos sobre o ensino de combinatória como por exemplo: o princípio multiplicativo, fórmulas e a utilização de questões clássicas não refletindo sobre a natureza diferenciada da combinatória e a dificuldade que os alunos sentem de diferenciar os tipos de problemas de combinatória.

As autoras ainda afirmam que combinatória é o caminho para se aprender matemática, pois este conteúdo tem várias ligações lógicas-matemáticas com outros conteúdos. E por isso seu aprendizado é tão importante para o desenvolvimento dos educandos. Estas relações lógicas não ficam restritas apenas situações formais da matemática.

Pesquisas como a de Pessoa (2009) demonstram que desde cedo os alunos são capazes de resolver problemas combinatórios quando estes são simples com poucas possibilidades, isto é importante porque com a resolução de problemas desta natureza os alunos são estimulados, e

levados a levantar hipóteses, possibilidades na resolução de problemas desenvolvendo assim o raciocínio combinatório.

Ainda de acordo com a autora, o professor deve estar preparado para trabalhar a combinatória desde os anos iniciais, pois, se desde cedo os alunos já demonstram uma pequena capacidade de levantar hipóteses de resolução, desde cedo também já devem ser estimulados a avançarem no seu desenvolvimento e o professor é um dos instrumentos que contribui com este desenvolvimento. A qualidade de uma boa aprendizagem em matemática, se deve em muitas vezes no trabalho realizado dentro da sala de aula. Quando o professor tem uma formação sólida, tem melhores condições de organizar as atividades que serão vivenciadas na escola.

Borba, Pessoa e Rocha (2013), ainda afirmam que nos livros didáticos dos anos iniciais são apresentados alguns problemas, como arranjo, combinação, dentro do assunto de multiplicação, mas não vem nenhuma orientação para os professores. Para ensinar corretamente os professores dos anos iniciais do ensino fundamental devem se apropriar dos conceitos através de articulações entre situações, representação simbólica e invariantes, devem conseguir identificar os diversos tipos de problemas, dominar o conteúdo e procedimentos didáticos para o desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Quando o professor tem uma boa formação em combinatória, o modo de pensar nas escolhas das ações pedagógicas são bem mais organizadas. Em relação a combinatória existem alguns domínios e classificações que nos permite compreender a organização do ensino desse conteúdo, por exemplo: o **conhecimento especializado**: que é o conhecimento que o professor tem sobre o conteúdo, suas regras, diferentes tipos de problemas combinatório. O **conhecimento específico ao ensino**: que é o que possibilita ao professor escolher estratégias que facilite a aprendizagem e sane as dificuldades dos estudantes em combinatória e na escolha de recursos didáticos para esta facilitação. E o conhecimento do Conteúdo e Estudantes que é onde o professor precisa saber perceber quais problemas serão mais difíceis para seus alunos, suas ideias e possíveis equívocos.

Segundo Ball, Thames e Philips (2008 apud PESSOA; BORBA e ROCHA, 2013) quando o professor não tem o conhecimento especializado do conteúdo, fica difícil analisar as estratégias dos alunos, escolher métodos de ensino e recursos. Por esta razão, afirmam que o conhecimento de combinatória pelos professores ou a falta dele, pode afetar diretamente o avanço no desenvolvimento dos alunos.

Em suas pesquisas Pessoa, Borba e Rute (2013) afirmam que a formação continuada em combinatória é importante, porque existem professores que apesar de reconhecer que é fundamental o ensino de combinatória nos anos iniciais, demonstram dificuldades e limitações

no domínio do conteúdo de combinatória e por consequência no conhecimento didático deste conteúdo.

A formação continuada leva os professores a refletir sobre a importância deste conteúdo, que deve ser trabalhado nos anos iniciais já que é orientado pelos PCNS de 1997 e pela Base Nacional Comum Curricular (2018). Além de também vir sendo abordados nos livros didáticos, muitas vezes não é trabalhado por falta de conhecimento e domínio de conteúdo pelo professor. Ressaltamos também que a utilização de material manipulativo, desenho, listagem ajudam no ensino e desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Percebemos que o conhecimento de professores em combinatória é fundamental para a escolha de métodos, ensino e o desenvolvimento do Raciocínio Combinatório. Sem o domínio do conteúdo como poderá o professor ensinar seus alunos? Por este motivo, surgiu o interesse em realizar esta pesquisa que tem como objetivo geral analisar o desempenho de professores e as estratégias utilizadas por eles na resolução de problemas de combinatória.

Além disso, acreditamos que o ensino de combinatória desde os anos iniciais do fundamental é importante e para que ocorra aprendizagem de fato é necessário que os docentes identifiquem os tipos de problemas escolham métodos adequados, dominem o conteúdo, conheçam diferentes estratégia de resolução e estimulem seus alunos na sua aprendizagem.

1.5 Estudo em Conhecimentos de Professores dos Anos Iniciais Sobre Combinatória

Borba e Pessoa (2013) realizaram um estudo de sondagem que objetivou um levantamento sobre os conhecimentos de professores dos anos iniciais sobre Combinatória e seu ensino.

Os dados foram coletados a partir de entrevista com duas professoras que ensinam matemática no Ensino Fundamental. As entrevistas trataram sobre as variações nos tipos de problemas combinatórios e sobre sugestões dadas pelas professoras para superação das dificuldades encontradas pelos alunos.

Nesta entrevista foram avaliados os conhecimentos de conteúdo e pedagógico a partir dos problemas combinatórios retirados da pesquisa de Pessoa e Borba (2009).

As professoras deveriam analisar os problemas e classificá-los de acordo com as semelhanças e diferenças encontradas, pois a distinção dos tipos de problemas pelos professores é essencial para aprendizagem dos alunos, e para este auxiliar na resolução de situações problemas diversificadas, verificar o desempenho dos estudantes e acompanhar o desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Foi observado que a “professora 1”, não conseguiu classificar os problemas combinatórios de acordo com o significado presente na situação, relacionando a classificação com outras disciplinas.

Já a “professora 2”, demonstrou perceber diferenças mais significativas entre os problemas. E utilizou a questão do enunciado como principal característica para diferenciação dos problemas. Em relação as sugestões para superação das dificuldades a “professora 1” não indicou estratégias significativas, mas a “professora 2” mencionou trabalho a partir de resolução de problemas em grupos para os alunos compararem as variações e utilização de estratégias, trocas de conhecimentos entre seus pares.

Diante deste estudo as pesquisadoras concluíram que quando o professor não possui conhecimento especializado do conteúdo dificulta a sua atuação na aprendizagem dos alunos, pois isto afeta a maneira como selecionam o material para ensinar, como escolhem os livros e textos, e conduzem a instrução, também compromete a análise das estratégias utilizadas por seus alunos.

CAPÍTULO 2

METODOLOGIA

2.1 Escolha Metodológica da Pesquisa

Com o objetivo de investigar o conhecimento e desempenho de professores na resolução de Problemas Combinatórios, utilizamos a pesquisa qualitativa, que de acordo Ludke, (1986) é o tipo de Pesquisa que estuda o homem como um todo nas suas interpretações, interações e construções de sentido, pois este não é um objeto que pode ter suas experiências quantificadas. O principal instrumento da pesquisa qualitativa é o pesquisador e sua fonte de coleta de dados é o ambiente natural.

Na pesquisa qualitativa o pesquisador entra em contato direto por um período de tempo com o ambiente e situação de investigação este tipo de pesquisa é predominantemente descritiva, e a maior preocupação é voltada para o processo, levando em consideração os significados que as pessoas dão a sua vida e as coisas. Também é chamado de naturalístico porque os problemas são estudados no ambiente em que eles ocorrem naturalmente sem serem manipulados de forma intencional.

Segundo Engel e Tolfo (2009), a pesquisa qualitativa não tem preocupação em relação a representação dos dados numéricos, seu objetivo é se aprofundar na compreensão de seu objeto de estudo, na dinâmica das relações sociais. Lida com aspectos da realidade que não podem ser quantificados, explicando o porquê das coisas, o universo de significações, motivos, crenças desejos atitudes e valores no espaço profundo das relações.

2.2 Procedimento Metodológico

Para a realização e desenvolvimento desta pesquisa, o trabalho está estruturado em dois momentos sendo que o primeiro momento foi estruturado em 2 encontros destinados para a observação em cada sala de aula do 2º ao 5º ano do Ensino Fundamental no horário em que a disciplina de matemática estava sendo ofertada. Para conhecermos um pouco da rotina na aula de matemática. No segundo momento foi aplicado um questionário de atividades composto de oito questões envolvendo problemas de combinatória.

Foi marcado um dia em que os professores tivessem mais disponibilidade, sujeitos da pesquisa, pudessem resolver os problemas do tipo combinatório individualmente. Também foi colocado para estes que os problemas poderiam ser resolvidos da maneira que eles preferissem,

mas sem utilização de recursos. Não foi marcado tempo para resolução dos problemas, foi feito o possível para que eles se sentissem livres para resolverem as questões.

A pesquisadora acompanhou todo processo, perguntou se queriam que ela lê-se o questionário, mas todos recusaram, não pediram ajuda. Um professor(a) relatou que seu desempenho talvez não teria sido satisfatório. Outro disse que se sentiu respondendo uma prova de concurso. Embora não tivesse um tempo estipulado, os professores responderam em um curto período de tempo.

2.3 Instrumentos para Coleta dos Dados

Como instrumentos de coleta utilizamos a observação, pois Segundo Ludke e André (1986, p. 26) “[...] esta é uma das mais importantes técnicas de coleta por possibilitar um estreito contato entre o observador e o objeto a ser estudado, o que faz com que o observador perceba diretamente as características do sujeito, suas perspectivas e modos de pensar”. Também é importante porque esta técnica pode captar informação mesmo quando não há formas de comunicação.

2.3.1 Observação de Sala de Aula

A observação permite que o pesquisador perceba os fatos diretamente do jeito que estão ocorrendo, sem que haja qualquer intermediação, ou seja, que o mesmo perceba e entenda os reais ponto de vista sobre o seu objeto de estudo, esta é uma das vantagens deste tipo de pesquisa, mas em contra partida com a presença do pesquisador em campo muitas vezes pode ocorrer mudança de comportamento no ambiente observado, fazendo com que as pessoas parem de agir com naturalidade e mascarem a sua prática verdadeira.

Para que a observação seja bem-sucedida esta deve partir de um planejamento bem elaborado, primeiramente deve-se delimitar, deixar bem claro e específico os pontos a serem investigados, pois o pesquisador é levado a ver as coisas a partir das experiências que vivência e da história de vida que tem, fazendo com que muitas vezes se desviem do ponto principal da investigação. Por esta razão o observador deve manter o foco de suas observações e se preparar anteriormente para que seu contato com seu objeto de estudo lhe forneça uma captura da realidade.

No primeiro momento da pesquisa utilizamos a observação em sala de aula e para não perder o foco traçamos o seguinte roteiro de observação:

- Como se estabelece a rotina na aula de matemática?
- Qual o conteúdo de matemática que é privilegiado durante o ano letivo?
- Como o professor se prepara para aula?
- O domínio do professor em relação ao conteúdo ensinado?
- Que recursos auxiliares são utilizados?
- Como os alunos participaram da aula de matemática?
- Como se dá a relação professor/aluno na aula de matemática?
- O professor relaciona a partir de exemplos se possível o conteúdo a realidade dos alunos?

2.3.2 O Teste de Sondagem (Questionário de Atividades)

Foi utilizado o questionário de atividades por este ser essencial para análise das estratégias, desempenho e dificuldades dos professores neste tipo de problema. Pois é a partir destas ferramentas de coleta de informações, que esta pesquisa poderá contribuir para o estudo da combinatória.

Segundo Nogueira (2002), o questionário é um dos tipos de instrumento de coleta de dados desenvolvido cientificamente que se constitui por uma sequência de questões elaboradas que devem ser respondidas por escrito, seu objetivo é coletar dados informações.

O autor afirma que o questionário é importante, pois suas vantagens são: a obtenção de um grande número de dados, economizar tempo, atinge o maior número de pessoas simultaneamente, obtém respostas mais rápidas e exatas, possui o anonimato e liberdade de respostas, mais tempo para resolução. Mas também ressalta que alguns cuidados devem ser tomados como: cuidados nas seleções de questões, formular perguntas simples de forma concreta e precisa compreensiva, evitar perguntas sugestivas e indiscretas.

As perguntas se classificam em perguntas abertas – onde o entrevistado pode responder de forma espontânea – e fechadas quando tem alternativas sim ou não.

As questões utilizadas nesse questionário foram retiradas da tese de dissertação de Pessoa (2009). A atividade é composta por 8 questões. E foi desenvolvida com o objetivo de analisar o conhecimento, o desempenho e estratégias dos sujeitos referentes a problemas de combinatória em diferentes situações. Vale ressaltar que todas as questões utilizadas neste estudo se encontram nos apêndices.

2.4 Universo da Pesquisa

O cenário escolhido para realização da pesquisa foi uma escola da Rede Municipal de Ensino localizada na zona urbana da cidade de Parnaíba-PI.

A escola possui cinco salas de aulas, todas em pleno funcionamento e bom estado de conservação, conta com uma diretoria e uma secretaria, uma sala de professores, uma biblioteca, cantina e banheiros.

2.5 Sujeitos da Pesquisa

A pesquisa foi realizada com professores do 2º ao 5º ano do Ensino Fundamental, que chamaremos P1, P2, P3, e P4. A escolha desses sujeitos se deu pela aceitação em participar da realização da pesquisa.

No primeiro momento da pesquisa foi realizado observação durante as aulas e depois foi aplicado uma atividade com questões de combinatória, onde individualmente cada um recebeu uma atividade e teve o tempo para respondê-lo individualmente. O principal objetivo é analisar o desempenho estratégias e conhecimentos que eles têm sobre o assunto de Análise Combinatória.

CAPÍTULO 3

RESULTADOS E ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA

Neste capítulo trataremos da análise e dos resultados encontrados a partir das observações realizadas nas salas de aula, e da aplicação do questionário de atividade.

As observações foram realizadas durante dois dias nas aulas de matemática em cada sala para conhecer a rotina e um pouco da metodologia durante as aulas. Ao término das observações foi explicado para cada professor como ocorreria à aplicação do questionário e foi marcado o dia para a aplicação.

Cada professor respondeu as questões individualmente, a partir de seus conhecimentos, utilizaram-se de suas próprias estratégias, pois não foi utilizado nenhum tipo de recurso para facilitar a resolução das questões, através das respostas dadas poderemos identificar o conhecimento dos professores sobre o conteúdo. A seguir serão apresentadas as questões aplicadas e os desempenhos dos professores em cada questão.

Questão 1: Produto Cartesiano

Maria tem 3 saias (uma azul, uma preta, e uma verde) e 5 blusas (nas cores amarela, bege, branca, rosa e vermelha). Quantos trajés diferentes ela pode formar combinando todas as saias com todas as blusas?

Em relação à questão 1 observamos que dos quatro professores pesquisados apenas três conseguiram obter o resultado correto, (P1, P3 e P4), destes, dois usaram a estratégia da árvore de possibilidades, sendo que P4 complementou sua resposta com o princípio multiplicativo e P1 com princípio aditivo como podemos observar na figura 1 e 2 abaixo:

Figura 1. Solução correta do problema 1 pelo professor P4.

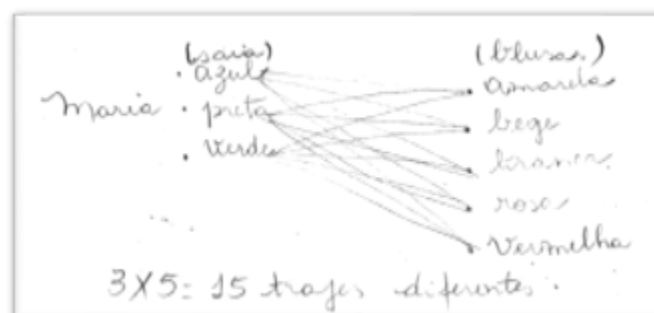


Figura 2: Solução correta do problema 1 pelo professor P1.



Observamos através das respostas acima que P1 ao perceber a regularidade que para cada saia havia cinco possibilidades de combinação das blusas não continuou a listagem e utilizou a estratégia de adição de parcelas repetidas $5, 5, 5 = 15$ conseguindo o resultado. Já o sujeito P4 também iniciou sua resposta utilizando a árvore das possibilidades, mas em seguida registrou este número utilizando o sistema multiplicativo 3×5 que é igual a 15 obtendo o resultado esperado.

O professor P3 utilizou como estratégia de resolução do problema o princípio multiplicativo como podemos observar na figura 3.

Figura 3: Solução correta do problema 1 pelo professor P3.

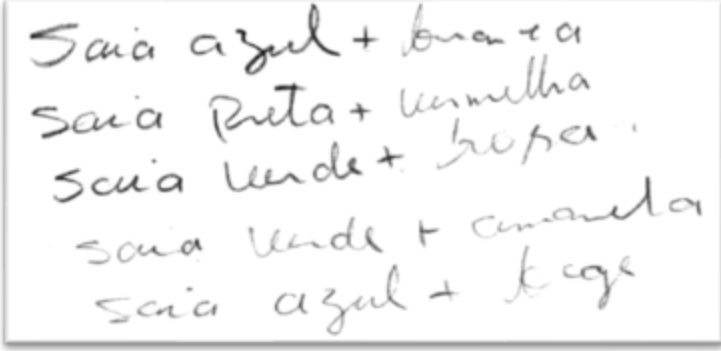
3 saias
 \times 5 blusas

15

Ela pode formar 15 trajes diferentes combinando saias e blusas.

Percebemos que a questão 1 que versava sobre Produto Cartesiano não se configurou como difícil para os professores pois, tivemos um número de acertos significativo. Apenas o professor P2 não conseguiu responder corretamente à questão iniciando sua estratégia por listagem como mostra a figura 4 abaixo.

Figura 4: Solução incorreta do problema 1 pelo professor P2



Saia azul + branca
 Saia Preta + vermelha
 Saia Verde + bege
 Saia Verde + amarela
 Saia azul + bege

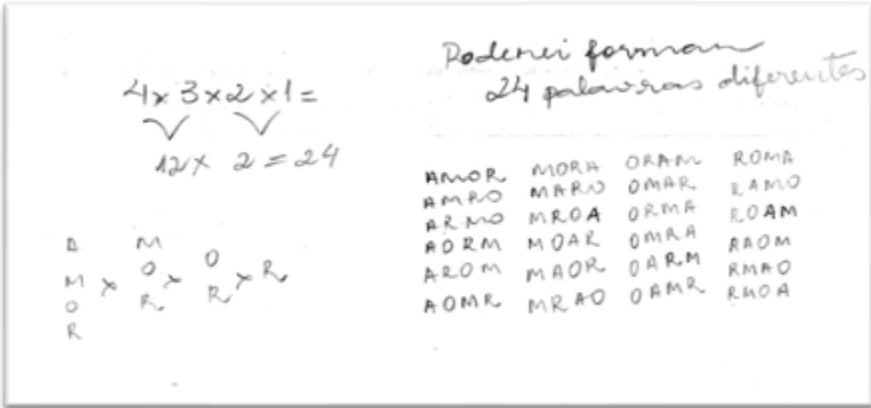
Observamos que o professor P2 não conseguiu perceber que para cada saia havia a possibilidade de combinar com cinco blusas e acabou não registrando todas as possibilidades e não colocou o resultando obtido, pois sua listagem resultava em apenas 5 combinações, e ao todo eram 15.

Questão 2: Permutação

Quantas palavras diferentes (com ou sem sentido) poderei formar usando as letras da palavra AMOR?

Nesta questão dos quatro professores apenas o (P3) conseguiu chegar à resposta exata utilizando a estratégia do Princípio fundamental da contagem e em seguida listagem como podemos ver na figura 5.

Figura 5: Solução correta do problema 2 pelo professor P3.



$4 \times 3 \times 2 \times 1 =$
 $\checkmark \quad \checkmark$
 $12 \times 2 = 24$

Poderi formar
 24 palavras diferentes

AMOR	MORA	ORAM	ROMA
AMRO	MARO	OMAR	RAMO
ARMO	MROA	ORMA	ROAM
ORMM	MOAR	OMRA	RAOM
AROM	MAOR	OARM	RAMO
AOMR	MRAO	OAMR	RAOA

A M O R
 x O x R
 R x R

Observamos que este professor utilizou estratégias mais elaboradas, pelo que podemos perceber, primeiramente fez pelo Princípio Fundamental da Contagem, determinando o número de possibilidades para cada etapa.

Para primeira etapa, têm-se quatro possibilidades de usar qualquer uma das letras da palavra AMOR, na segunda etapa três possibilidades de usar qualquer uma das três letras, pois já foi utilizada uma letra anteriormente e em permutação a ordem importa, na terceira etapa, duas possibilidades de letra e na quarta etapa apenas uma possibilidade de letra. Tendo assim: $4 \times 3 \times 2 \times 1$ tendo como resultado: 24 palavras.

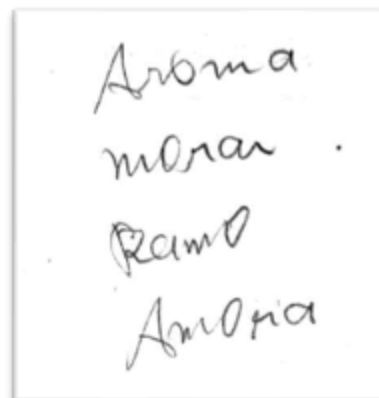
Em seguida, para ter certeza este professor listou as palavras de maneira organizada iniciando com as possibilidades de combinação para letra “A”, depois “M”, “O” e “R”, alcançando o resultado.

Percebemos que os outros professores como P1, P2 e P4 também utilizaram como estratégia a listagem como mostra a figura 6, 7 e 8 abaixo. Sendo que o P4 além de tentativa por listagem, utilizou o Princípio multiplicativo e Árvore de possibilidades como mostra na figura 8, mas nenhum conseguiu obter ao resultado correto.

Figura 6: Solução incorreta do problema 2 pelo professor P1.



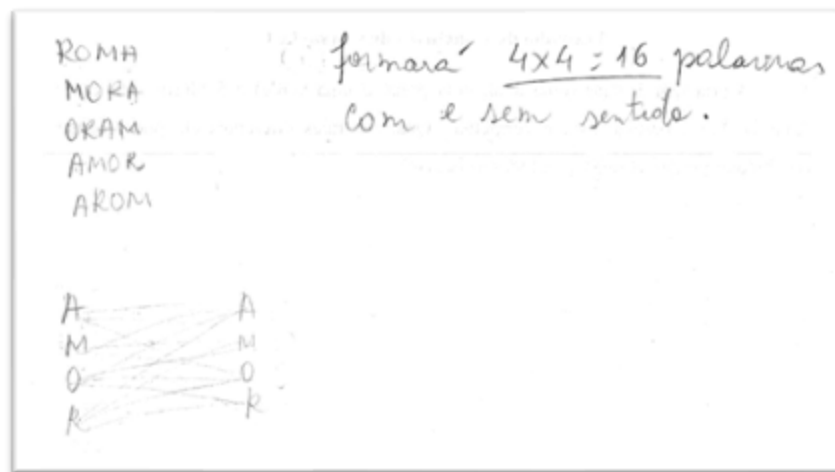
Figura7: Solução incorreta do problema 2 pelo professor P2.



Observamos nas figuras 6 e 7 acima, que os professores utilizaram listagem sem sistematização. Na figura 6 o professor P1 primeiramente listou as palavras com sentido formando um grupo com quatro palavras, em seguida listou mais quatro agora sem sentido formando um grupo com 8 palavras não chegando a resposta exata que seria 24 palavras com ou sem sentido.

Já na figura 7 o professor P2 não esgotou todas as possibilidades deixando a questão incompleta, formando apenas quatro palavras como resposta final não conseguindo o resultado correto.

Figura 8: Solução incorreta do problema 2 pelo professor P4



Ainda nesta questão percebemos que na tentativa de acerto P4 além de listagem tenta o resultado através de Árvore de possibilidades e multiplicação. Lista cinco palavras. Em seguida tenta combinar as letras da palavra AMOR entre si e multiplica as letras da palavra combinada registrando 4×4 obtendo o resultado incorreto 16.

Questão 3: Arranjo

As semifinais da copa do mundo serão disputadas pelas seguintes seleções: Brasil, França, Alemanha, Argentina. De quantas maneiras diferentes podemos ter os três primeiros colocados?

Observamos que embora tenham utilizado diferentes estratégias de resolução nenhum professor conseguiu obter a resposta correta nesta questão como mostra as figuras 9, 10, 11 abaixo.

Figura 9: Solução incorreta do problema 3 pelo professor P1.



Figura 10: Solução incorreta do problema 3 pelo professor P2.

Brasil x França = Brasil 1:
 Argentina x Alemanha = Alemanha 2:
 França x Argentina = Argentina 3:

Figura 11: Solução incorreta do problema 3 pelo professor P3

$3 \times 4 = 12$ Podem ser 12 maneiras diferentes

Percebemos que P1 utilizou a árvore de possibilidades e tentou fazer todas as possibilidades possíveis, mas não teve êxito chegando a quatro maneiras diferentes. Sendo que, a resposta correta é 24 maneiras diferentes. P2 utilizou listagem, mas não esgotou todas as possibilidades. Na disputa entre Brasil e França o primeiro colocado seria Brasil, na disputa entre Argentina e Alemanha, vencedor seria Alemanha com o segundo lugar e entre França e Argentina o terceiro lugar seria da Argentina. P3 multiplicou os três colocados pelas quatro

seleções tendo um resultado incorreto com 12 maneiras. P3 pode ter utilizado as informações do enunciado do problema.

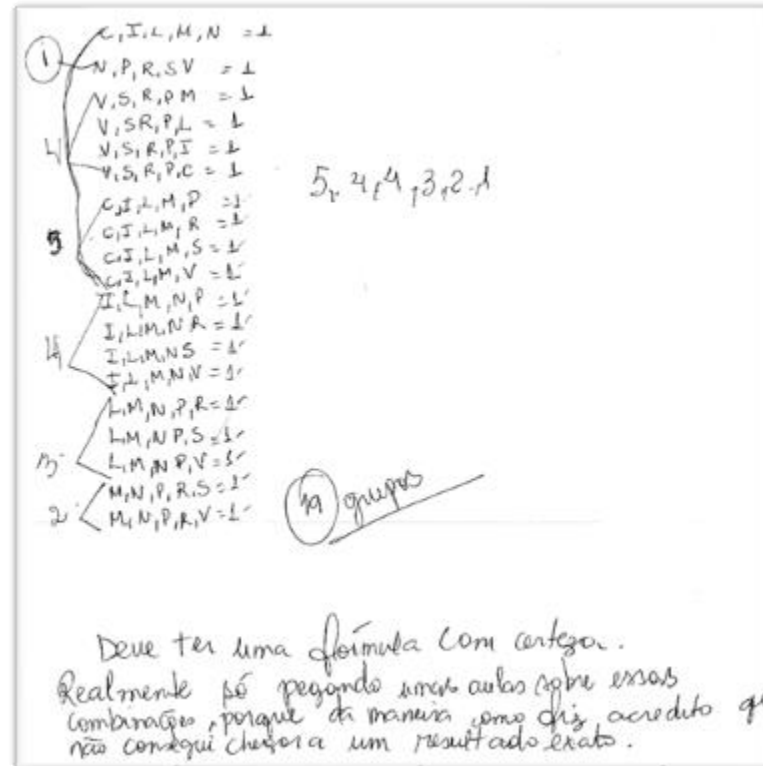
Observamos que nesta questão o desempenho dos professores não foi satisfatório, pois tiveram dificuldades para chegar ao resultado correto, sendo que dos quatro, nenhum conseguiu resolvê-la corretamente.

Questão 4: Combinação

Uma escola tem 9 professores (Cristiano, Isabel, Laura, Mateus, Nivea, Pedro, Roberto, Sandra e Vitor) dos quais 5 devem representar a escola em um congresso. Quantos grupos diferentes de 5 professores pode-se formar?

Nenhum professor conseguiu responder corretamente esta questão, as estratégias mais utilizadas foram listagem sem sistematização, Árvore de possibilidades e Princípio multiplicativo como podemos perceber nas figuras 12, 13 abaixo.

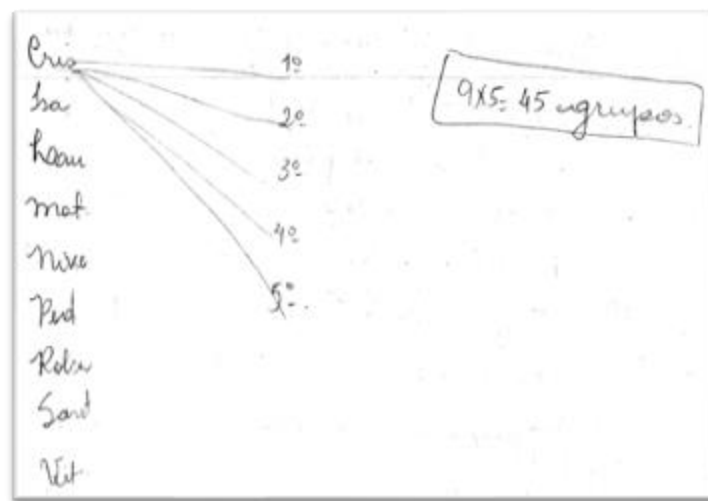
Figura 12: Solução incorreta do problema 4 pelo professor P1.



Observamos que para esta questão foi utilizada listagem, formando os grupos de cinco elementos, inicialmente começou a listagem sem nenhuma sistematização depois foi

organizando de acordo com as possibilidades de cada letra, tentando esgotar todas as possibilidades, mas sem sucesso. Assim de acordo com a resposta, o professor fez cinco possibilidades com a letra C, 4 com I, 4 com V, 3 com L, 2 com M e 1 com N, formando como resposta 19 grupos. Este professor percebeu que este problema possuía muitas possibilidades, pois, falou que deve ter uma fórmula para solucionar, mas que somente tendo algumas aulas conseguiria resolver, porque da maneira como fez, acredita que não conseguiu chegar a um resultado exato.

Figura 13: Solução incorreta do problema 4 pelo professor P4.



O professor P4 tentou resolver por Árvore de possibilidade, mas combinou de forma inadequada e não teve sucesso, em seguida multiplicou os números de professores pelo número de grupos, 9×5 resultando 45. Tendo a resposta errada. Com a listagem de todas as possibilidades dificilmente se obteria um resultado correto isto porque este problema possui muitas possibilidades de combinação sendo como respostas 126. O mais adequado seria a utilização da fórmula de combinação para se ter a resposta certa.

Questão 5: Arranjo

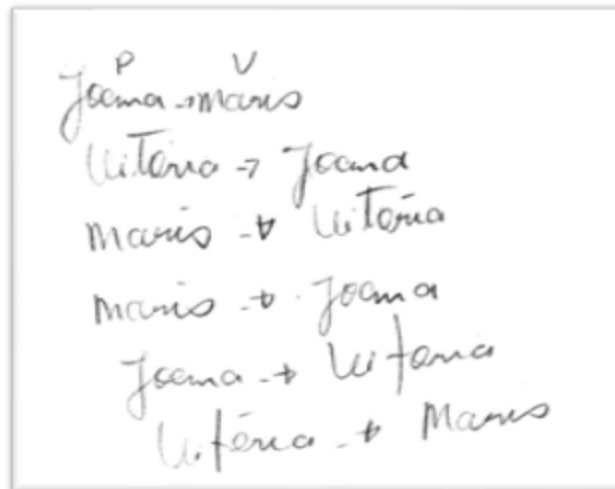
Para representante da turma da sala de aula se candidataram 3 pessoas (Joana, Mário e Vitória). De quantas maneiras diferentes poderão ser escolhidos o representante e o vice-representante?

Esta questão teve um número significativo de acertos, pois de quatro professores três conseguiram obter bons resultados sendo eles (P1, P2, P3).

Figura 14: Solução correta do problema 5 pelo professor P1.



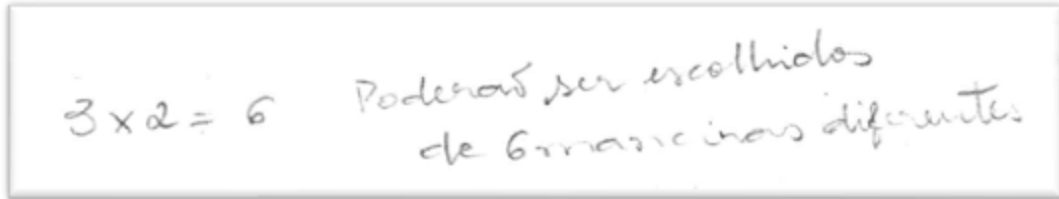
Figura 15: Solução correta do problema 5 pelo professor P2.



Percebemos que, primeiramente P1 começou tentando com árvore de possibilidades, registrando o representante e seu vice em seguida organizou com a listagem. Obtendo a resposta correta: 6 maneiras de escolha. Percebeu que a ordem alterava o resultado e conseguiu esgotar as possibilidades. P2 conseguiu listar todas as possibilidades de escolhas dos representantes, sem repetição. Como a ocorrência de eventos é pequena a listagem se torna fácil.

Já P3 utilizou a seguinte estratégia para resolução do problema exposto na figura 16 abaixo:

Figura 16: Solução correta do problema 5 pelo professor P3.



Observamos que P3 utilizou as informações do enunciado e multiplicou o número de pessoas pelo de representantes sendo 3×2 . Obtendo o resultado correto.

Questão 6: Produto Cartesiano

Para festa de São João da escola, tem 3 meninos (Pedro, Gabriel e João) e 4 meninas (Maria, Luiza, Clara e Beatriz) que querem dançar quadrilha. Se todos os meninos dançarem com todas as meninas, quantos pares diferentes poderão ser formados?

Esta questão teve acerto por todos os professores (P1, P2, P3, P4) foi a questão que os professores obtiveram o melhor desempenho. Os professores P1, P2, e P4 utilizaram listagem, sendo que P4 utilizou árvore de possibilidades e complementou com multiplicação. E P3 utilizou apenas o princípio multiplicativo.

Figura 17: Solução correta do problema 6 pelo professor P1.

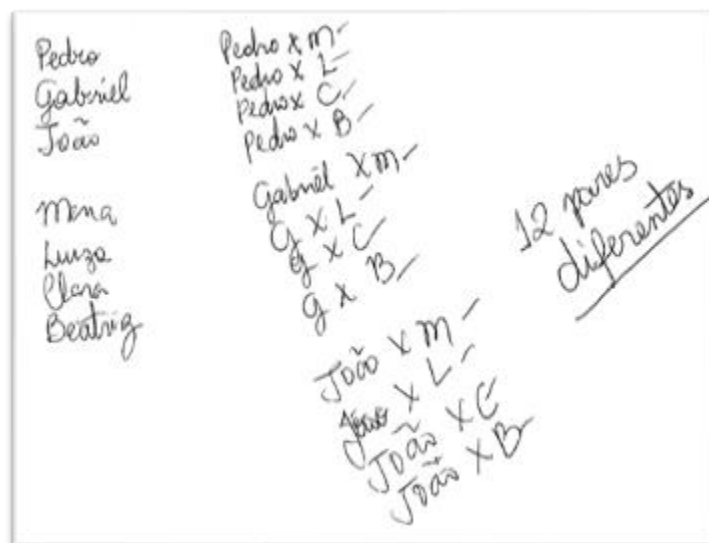


Figura 18: Solução correta do problema 6 pelo professor P2.

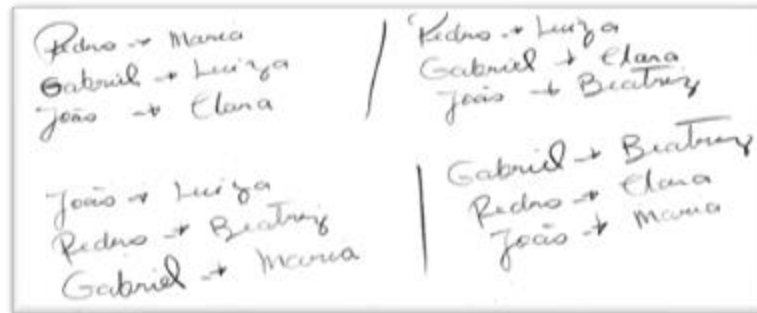
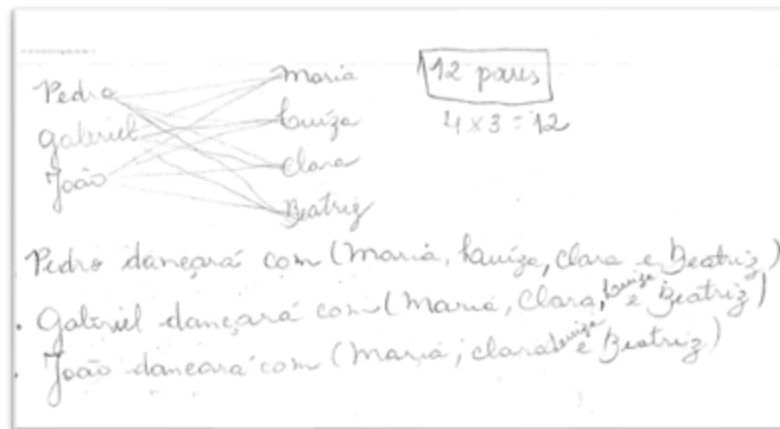


Figura 19: Solução correta do problema 6 pelo professor P4.



P1 e P2 listaram as possibilidades, para cada garoto há quatro possibilidades de combinações de meninas para formar casais, P1 listou de forma organizada sistematizada e registraram todas as possibilidades obtendo a resposta correta: 12 pares diferentes de casais.

O sujeito P4 utilizou a árvore de possibilidades para combinar os casais, em seguida organizou os possíveis pares em listagens e representou seu resultado pelo princípio multiplicativo $4 \times 3 = 12$ pares, tendo êxito em sua resposta

Figura 20: Solução correta do problema 6 pelo professor P3.

$3 \times 4 = 12$ Poderão ser formados 12 pares diferentes.

Observamos que P3 utilizou o princípio multiplicativo. Para escolha do menino há três possibilidades e para a escolha da menina há 4 possibilidades, resultando em $3 \times 4 = 12$, obtendo a resposta correta. Percebemos que esta questão foi a que teve o maior número de acerto, todos os professores conseguiram obter a resposta correta.

Questão 7: Combinação

Três alunos (Mário, Raul e Junior) participam de um concurso em que serão sorteadas duas bicicletas. Quantos resultados diferentes podem ser obtidos no concurso?

Apenas o professor P1 conseguiu perceber que a ordem não alterava os elementos e conseguiu obter a resposta correta como podemos perceber na figura 21 abaixo:

Figura 21: Solução correta do problema 7 pelo professor P1.



Este professor utilizou estratégia de listagem e percebeu os invariantes da combinação que a ordem não diferenciava os ganhadores repetindo as possibilidades. Listou todas as seis possibilidades, mas compreendendo o problema considerou apenas três, obtendo o resultado correto.

Os outros professores não tiveram a mesma percepção que a ordem não alterava os ganhadores e utilizaram o princípio multiplicativo sendo que o P2 utilizou cálculo mental, e P4 utilizou árvore de possibilidades e listagem não considerando a repetição de possibilidades como podemos observar nas figuras 22, 23 e 24 abaixo:

Figura 22: Solução incorreta do problema 7 pelo professor P2

Maria -
Raül -
Júnior - } 6

Figura 23: Solução incorreta do problema 7 pelo professor P3

$3 \times 2 = 6$ Podem ser obtidos 6 resultados diferentes

Figura 24: Solução incorreta do problema 7 pelo professor P4.

Maria - bicicleta $3 \times 2 = 6$
Raül - bicicleta
Júnior - bicicleta

Maria poderá ganhar (1ª ou 2ª bicicleta)
Raül poderá ganhar (1ª ou 2ª bicicleta)
Júnior poderá ganhar (1ª ou 2ª bicicleta)

P2 registrou o nome dos três alunos em seguida fez o cálculo mentalmente resultando em resposta incorreta. P3 utilizou estratégia de multiplicação inadequada. Multiplicou o número de alunos pelo de bicicletas obtendo resultado incorreto, não se levou em conta a repetição de possibilidades, existentes em problemas do tipo combinação. P4 utilizou a mesma estratégia da questão anterior, primeiramente tentou por árvore de possibilidades, depois tentou combinar os três alunos com a possibilidade de ganhar as duas bicicletas de forma incorreta e registrou por meio do princípio multiplicativo $3 \times 2 = 6$ obtendo os mesmos resultados incorretos de P2, P3.

Percebemos que não se levou em conta a repetição de possibilidades, existentes em problemas do tipo combinação, pois neste tipo de problema é necessário dividir o total de possibilidades pelo número de repetições.

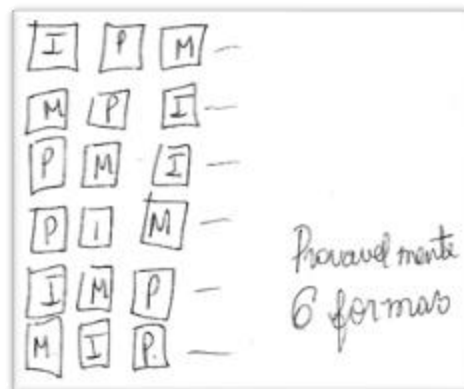
Na questão seria dois ganhadores diferentes, e deve-se ter a percepção de que a possibilidade (Mario e Raul) é a mesma possibilidade (Raul e Mario). O resultado correto seria 3 possibilidades diferentes de ganhadores.

Questão 8: Permutação

De quantas formas diferentes poderei arrumar as fotos de meu irmão, meu pai e minha mãe na estante, de modo que elas fiquem lado a lado?

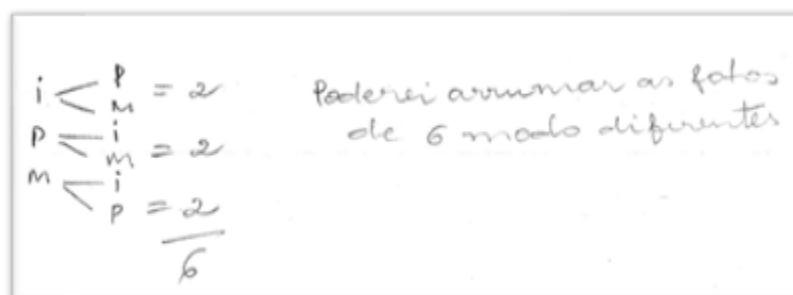
Apenas dois professores conseguiram obter êxito nas respostas sendo (P1, P3) as estratégias utilizadas para resolução da questão foram listagem e árvore de possibilidades como podemos observar.

Figura 25: Solução correta do problema 8 pelo professor P1.



Observamos que P1 registrou todas as possibilidades a partir da listagem organizando as fotos chegando ao resultado correto 6 formas diferentes. Esta questão possui um número pequeno de eventos por isto não é tão difícil fazer por listagem.

Figura 26: Solução correta do problema 8 pelo professor P3.



Percebemos que P3 utilizou a árvore de possibilidades registrando primeiramente as possibilidades de combinação com as fotos do irmão, em seguida do pai e mãe, respeitando a ordem sem repetição, e obtendo parcelas iguais que foram somadas obtendo a resposta correta = 6.

Percebemos que dentre os professores anteriores P3 foi o que mais utilizou estratégias sistematizadas, como princípio fundamental da contagem. Mas a estratégia mais utilizada foi Princípio Multiplicativo.

O quadro a seguir mostra a quantidade de acertos por questões de cada professor.

Quadro 1: Acertos por questões

Professor	Professor 1	Professor 2	Professor 3	Professor 4
Questão				
Questão 1 (Produto cartesiano) 15 possibilidades	C	E	C	C
Questão 2 (Permutação) 24 possibilidades	E	E	C	E
Questão 3 (Arranjo) 24 possibilidades	E	E	E	E
Questão 4 (Combinação) 126 possibilidades	E	E	E	E
Questão 5 (Arranjo) 6 possibilidades	C	C	C	E
Questão 6 (Produto cartesiano) 12 possibilidades	C	C	C	C
Questão 7 (Combinação) 3 possibilidades	C	E	E	E
Questão 8 (Permutação) 6 possibilidades	C	E	C	E

Podemos observar a partir deste quadro que de oito questões o professor P1 conseguiu responder corretamente cinco. Sendo duas de Produto Cartesiano, questões 1 e 6, uma de Permutação, questão 8, uma de Arranjo, questão 5. Este foi o único que conseguiu resolver corretamente o problema de tipo Combinação com poucas possibilidades acertando a questão 7.

O P2 por sua vez conseguiu resolver somente duas corretamente. Sendo uma de Produto Cartesiano, questão 6, e Arranjo, questão 5. Não alcançou resultado em problemas de tipo Combinação, Permutação.

P3 de oito questões conseguiu a resposta em cinco. Duas de Produto Cartesiano, 1 e 6 questões, Permutação 2 e 8 questões, Arranjo 5 questões. Mas não conseguiu resolver corretamente o problema de Combinação

P4 teve acerto em apenas duas de oito questões. Sendo 1 e 6 questões de Produto Cartesiano. Não tendo bom resultado em Combinação, Permutação e Arranjo.

De acordo com o desempenho dos professores as questões que tiveram maior número de acertos foram às questões do tipo Produto Cartesiano que correspondem as questões 1 e 6 da lista de atividades.

As questões de Permutação e Arranjo tiveram o mesmo número de acertos, tendo o maior desempenho nas questões 8 e 5 com menor número de possibilidades. Os problemas com menor número de acertos foram os de Combinação com apenas um acerto na 7 questão com número menor de possibilidades.

Diante disso, podemos inferir os problemas de combinação como sendo os mais difíceis, tanto com pequeno número de possibilidades, como pelo grande número de possibilidades, isto também é semelhante a pesquisa de Pessoa (2009), onde o percentual de acertos pelos alunos nesta questão também foi baixo.

Como podemos perceber os problemas de produto Cartesiano são os que apresentam o maior número de acertos. Isto também é observado na pesquisa de Pessoa (2009) com alunos. Isto se dá pelo fato de que a partir do 3º ano este tipo de problema de combinatória ser mais trabalhado na escola pelos professores dentro das estruturas multiplicativas.

Outro fator importante de ser observado é em relação à ordem de grandeza dos números. Quando o número de possibilidades resultantes nas situações era grande os professores tiveram mais dificuldades de resolver os problemas, tendo seus melhores desempenhos em situações onde o número de possibilidades era reduzido, pois os professores poderiam manipular as quantidades sem necessidade de usar formulas ou estratégias mais sistematizadas, utilizando suas próprias maneiras, conseguindo desta forma esgotar todas as possibilidades com facilidade. O que também foi observado por Azevedo (2009) em suas pesquisas.

Quadro 2. Estratégias utilizadas pelos professores em cada questão.

QUESTÃO 1	PROF.I Árvore de Possibilidades, Princípio Aditivo	PROF.II Listagem	PROF.III Princípio Multiplicativo	PROF.IV Árvore de Possibilidades, Princípio Multiplicativo
QUESTÃO 2	PROF. I Listagem	PROF. II Listagem	PROF. III Princípio Fundamental da Contagem, Listagem	PROF. IV Listagem, Princípio Multiplicativo.
QUESTÃO 3	PROF. I Árvore de Possibilidades	PROF. II Listagem	PROF.III Princípio Multiplicativo	PROF. IV Tentativa de Listagem
QUESTÃO 4	PROF. I Listagem	PROF. II Listagem	PROF. III Tentativa Princípio Fundamental da Contagem.	PROF. IV Árvore de Possibilidades, Princípio Multiplicativo
QUESTÃO 5	PROF. I Listagem	PROF. II Listagem	PROF. III Princípio Multiplicativo	PROF. IV Tentativa de Listagem.
QUESTÃO 6	PROF. I Listagem	PROF. II Listagem.	PROF.III Princípio Multiplicativo	PROF. IV Árvore de Possibilidades, Listagem, Princípio Multiplicativo
QUESTÃO 7	PROF. I Listagem	PROF. II Princípio Multiplicativo Mental.	PROF. III Princ. Multiplicativo	PROF. IV Árvore de Possibilidades, Princípio Multiplicativo
QUESTÃO 8	PROF. I Listagem	PROF. II Princípio Multiplicativo Mental	PROF. III Árvore de Possibilidades	PROF. IV Árvore de Possibilidades, Princípio Multiplicativo.

Ao analisar a resolução das questões e o quadro 1, observamos que os professores utilizaram diferentes estratégias para resolução dos problemas combinatórios, dentre as estratégias mais utilizadas destacamos a Listagem, seguida de Princípio Multiplicativo e Árvore da Possibilidades. Sendo menos utilizadas as estratégias mais formais como o Princípio Fundamental da Contagem, apenas usada por um único professor(a).

Dentre os professores que mais usaram **Listagem** tivemos: o P1, e P2 com a mesma quantidade de vezes = 6. O P4, = 4 vezes e P3 apenas 1 vez. **Árvore de Possibilidades**: P4, = 5 vezes P1, = 2 vezes e P3 apenas 1 vez. **Princípio Multiplicativo**: P3 e P4 com a mesma quantidade de vezes = 5, e P2, = 2 vezes.

Princípio Fundamental da Contagem: apenas pelo Prof. 3, 1 vez e uma tentativa. Estas estratégias utilizadas pelos professores (listagem, árvore de possibilidades) ainda são bem elementares, e se assemelham as estratégias utilizadas pelos alunos na pesquisa de Pessoa (2009). Embora deva-se haver a prioridade por estratégias espontâneas esperava-se um avanço maior dos professores, pois quanto mais se avança na idade e escolaridade melhor o desenvolvimento do raciocínio combinatório, e pelo fato de no Ensino Médio se estudar tal conteúdo em Análise Combinatória.

3.1 Observações Realizadas

As observações foram realizadas durante dois dias em cada sala, do 2º ano ao 5º ano do Ensino Fundamental nas aulas de matemática, com intuito de conhecer a rotina e como se dá o desenvolvimento destas aulas.

A rotina na aula de matemática é semelhante em todas as turmas pesquisada. Primeiramente ocorre a correção de atividades caso as crianças tenham levado para casa, como ocorreu no 2º, 3º e 4º ano, em seguida a explicação do conteúdo pelo professor(a) e a atividade. É dado um tempo para os alunos responderem, depois é a correção, onde o professor responde as questões no quadro.

Segundo os professores do 2º e 3º ano P1 e P4 o conteúdo privilegiado durante o ano são as quatro operações, pois segundo eles, este conteúdo é essencial para o avanço na aprendizagem matemática.

Já o professor do 5º ano, P3, disse que trabalha mais a divisão por perceber que é mais difícil para os alunos. E o professor do 4º ano P2 relatou que não privilegia nenhum conteúdo em detrimento do outro, pois considera todos importantes logo que é trabalhado em sequência.

Em relação à pergunta como se preparam para aula disseram que se guiam pelo planejamento individual, pelo livro didático e realizam pesquisas na internet em busca de atividades diferenciadas.

Observamos que os docentes tiveram domínio do conteúdo ensinado durante as observações que foram: no 2º ano (adição, agrupamentos de dez em dez), 3º ano (sistema de numeração decimal unidades, dezenas, adição, medidas), 4º ano (algarismos romanos), 5º ano (recapitulação dos conteúdos de sistema de numeração decimal, tabelas e gráficos, medidas de comprimento, adição e subtração para aplicação da prova e explicação do conteúdo de multiplicação).

Destes professores o que utilizou recursos foi apenas o P4 do 3º ano utilizou o ábaco, e uma régua, mas sua explicação não foi significativa. Os outros utilizaram apenas quadro, pincel e livro didático.

Percebemos que os alunos são ativos, alguns conversam muito, e participam respondendo quando questionados e fazendo as tarefas.

A relação professor e aluno é harmoniosa, mas percebemos que os professores do 4º e 5º ano tem mais domínio de classe, não autoritarismo. Acreditamos que isso acontece porque os alunos já são maiores, mas em relação ao acompanhamento durante a resolução das atividades o docente do 5º ano acompanha de perto os alunos vai na carteira deles e tenta tirar dúvidas, diferente do professor do 3º ano que passa a aula toda chamando atenção dos alunos pela conversa.

Em relação à explicação do conteúdo não percebemos nenhuma contextualização com a realidade dos alunos. Os exemplos dados foram apenas os presentes no livro didáticos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A matemática faz-se presente em nossas vidas, nosso cotidiano ela é fundamental para o progresso e desenvolvimento das sociedades, bem como para o desenvolvimento cognitivo dos seres humanos. Surgiu a partir da necessidade que o homem teve de compreender e representar o mundo em sua volta.

No Brasil seu percurso e desenvolvimento ocorreu de forma lenta, mas após debates e discussões percebeu-se a importância desta para nossa vida e compreensão de situações do nosso cotidiano.

Nesta pesquisa foi abordada a importância do estudo de combinatória para o desenvolvimento do raciocínio dos estudantes. Os autores como Pessoa, (2009) Borba, Rocha, (2013) mencionados neste trabalho afirmam que desde os anos iniciais, os alunos devem ser levados a resolverem situações que envolva combinatória, para que estes possam levantar hipóteses e criar suas próprias estratégias de resolução de problemas e desenvolver o raciocínio combinatório. Mas como vimos vários fatores dificultam este desenvolvimento e um dos principais motivos é o conhecimento e intervenção do professor neste conteúdo.

Diante deste fato investigamos o desempenho e estratégias de professores do Ensino Fundamental I de uma escola pública da Rede Municipal de Parnaíba-PI, na resolução de problemas combinatórios. E respondendo ao primeiro objetivo específico: Identificar o desempenho de professores do Ensino Fundamental séries iniciais na resolução de problemas combinatórios de (arranjo, combinação, permutação simples e produto cartesiano).

Percebemos que a partir da análise dos dados coletados, os resultados mostram que os professores investigados tiveram desempenhos diferentes nas questões, os problemas de produto cartesiano se configuraram como os mais fáceis. E os mais difíceis, com desempenho mais baixo foram os problemas de combinação tanto com resultados com muitas possibilidades e como com poucas possibilidades.

Nos problemas de arranjo e permutação os melhores desempenhos foram vistos apenas nos problemas com menores possibilidades. Isto nos mostra que em relação à grandeza dos números percebemos que os professores tiveram melhor desempenho em problemas que levavam a um menor número de possibilidades pois, como foi observado, as estratégias utilizadas por estes em algumas questões foram usadas de maneira inadequada e elementar sem sistematização.

Em relação ao segundo objetivo: Analisar as estratégias utilizadas pelos docentes para solucionar os problemas de combinatória. Percebemos que os professores não utilizaram

estratégias sistematizadas, apenas um professor P3 utilizou Princípio Fundamental da Contagem, as outras estratégias utilizadas foram listagens, árvore de possibilidades, e princípio multiplicativos que em algumas questões eram usadas de maneira inadequada.

Referindo-se ao terceiro objetivo: investigar quais as dificuldades apresentadas pelos professores na resolução dos problemas de combinatória. Foi observado que os professores tiveram dificuldades em perceber os tipos de problemas e seus invariantes, principalmente nos problemas de combinação, e permutação, não conseguiam esgotar todas as possibilidades de combinar os elementos e não utilizaram fórmulas para resolução.

Isso nos sugere que estes professores não possuem conhecimento especializado do conteúdo, importante para o ensino da combinatória. Isto se dá pelo fato de que no percurso escolar na aprendizagem da matemática, quando estudantes, nos deparamos com fórmulas que só decoramos enquanto estamos estudando o conteúdo e que depois esquecemos, porque não fomos levados a refletir sobre elas e sobre como utilizar nossas próprias estratégias, nem nos foi mostrado outras maneiras para resolver tais problemas e não desenvolvemos nosso raciocínio Combinatório.

Quando nos deparamos com este tipo de situação, sentimos muitas dificuldades, pois as fórmulas são esquecidas, e não sabemos utilizar nossas próprias estratégias de resolução. Por isto é necessário que se repense o ensino da análise combinatória, que esta seja introduzida na educação desde os anos iniciais do ensino fundamental, e que para isto os professores sejam capacitados de forma que possam auxiliar no desenvolvimento das habilidades de seus alunos, quanto mais conhecimento os professores tiverem sobre o conteúdo melhores técnicas e acompanhamento será destinado aos educandos. Pois quanto mais cedo os alunos se encontrarem com estes tipos de problemas, mais cedo estarão desenvolvendo o raciocínio combinatório tão importante para a formação de outros conceitos, como para situações do dia-a-dia.

Esperamos que esta investigação contribua para o surgimento de novas pesquisas, pois este é apenas um breve estudo que não esgota de todas as possibilidades de investigação sobre este tema tão importante, que é o conhecimento e desempenho de professores na resolução de problemas combinatórios, com estas investigações e informações possamos refletir sobre a importância da formação de professores em combinatória e sua introdução nas séries iniciais do ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

COSTA, Elisângela Ribeiro Silva. **Uma proposta de ensino de análise combinatória para alunos do Ensino Médio**. Lavras: UFLA, 2013

GOMES, Maria Laura Magalhães. **História do ensino da matemática: uma introdução**. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

LUDKE, Menga. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MOL, Rogério Santos. **Introdução a história da matemática**. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

NOGUEIRA, ROBERTO. **Elaboração e análise de questionários: uma revisão da literatura básica e a aplicação dos conceitos a um caso real/ Roberto Nogueira**. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPEAD, 2002.

OLIVEIRA, J. S. B.; ALVES, A. X.; NEVES, S. S. M. **História da Matemática: contribuições e descobertas para o ensino-aprendizagem de matemática**. Belém: SBEM, 2008.

PESSOA, Cristiane. **Quem dança com quem: o desenvolvimento do Raciocínio Combinatório do 2º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio**. (Tese Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Educação da UFPE. Recife: UFPE, 2009.

PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute. Quem Dança com Quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1º a 4º serie. **Zetetike** – Cempem – FE – Unicamp – v 17, n.31 – Jan/Jun, 2009.

ROCHA, Cristiane; BORBA, Rute. Formação Docente e o Ensino de Problemas Combinatórios. In: **Anais...** 17º Encontro Nacional de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática. Vitória: 2013a.

ROCHA, Cristiane; BORBA, Rute. Reflexões de docentes sobre o ensino de combinatória: transitando entre conhecimento pedagógico e do conteúdo. **Anais...** 1º Jornadas Virtuales em Didactica de la Estadística, Probabilidad y Combinatória. Granada: 2013b.

APÊNDICE A - ROTEIRO DE OBSERVAÇÃO DAS AULAS DE MATEMÁTICA

- Como se estabelece a rotina na aula de matemática?
- Qual o conteúdo de matemática que é privilegiado durante o ano letivo?
- Como o professor se prepara para aula?
- O domínio do professor em relação ao conteúdo ensinado?
- Que recursos auxiliares são utilizados?
- Como os alunos participaram da aula de matemática?
- Como se dá a relação professor/ aluno na aula de matemática?
- O professor relaciona a partir de exemplos se possível o conteúdo a realidade dos alunos?

APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO

1. Maria tem 3 saias (uma azul, uma preta, e uma verde) e 5 blusas (nas cores amarela, bege, branca, rosa e vermelha). Quantos trajes diferentes ela pode formar combinando todas as saias com todas as blusas?
2. Quantas palavras diferentes (com ou sem sentido) poderei formar usando as letras da palavra AMOR?
3. As semifinais da copa do mundo serão disputadas pelas seguintes seleções: Brasil, França, Alemanha, Argentina. De quantas maneiras diferentes podemos ter os três primeiros colocados?
4. Uma escola tem 9 professores (Cristiano, Isabel, Laura, Mateus, Nivea, Pedro, Roberto, Sandra e Vítor) dos quais 5 devem representar a escola em um congresso. Quantos grupos diferentes de 5 professores pode-se formar?
5. Para representante da turma da sala de aula se candidataram 3 pessoas (Joana, Mário e Vitória). De quantas maneiras diferentes poderão ser escolhidos o representante e o vice-representante?
6. Para festa de São João da escola, tem 3 meninos (Pedro, Gabriel e João) e 4 meninas (Maria, Luiza, Clara e Beatriz) que querem dançar quadrilha. Se todos os meninos dançarem com todas as meninas, quantos pares diferentes poderão ser formados?
7. Três alunos (Mário, Raul e Júnior) participam de um concurso em que serão sorteadas duas bicicletas. Quantos resultados diferentes podem ser obtidos no concurso?
8. De quantas formas diferentes poderei arrumar as fotos de meu irmão, meu pai e minha mãe na estante, de modo que elas fiquem lado a lado?